KVADRIRANJE

Umnožak realnog broja a sa samim sobom zove se **kvadrat** tog realnog broja i označavamo ga s a^2.

$$a \cdot a = a^2, \ \ za\ svaki\ \ a\ \in \mathbb{R}$$

$$4 \cdot 4 = 4^2 \qquad \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \qquad 2.5 \cdot 2.5 = 2.5^2$$

- Kvadrat svakog realnog broja je pozitivan broj ili nula.

$$a^2 > 0, \ \ \text{za svaki}\ \ \text{a} \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

$$0^2 = 0$$

- Kvadrat svakog realnog broja je realni broj
- Kvadrati međusobno suprotnih realnih brojeva su jednaki

$$a^2 = (-a^2), \ \ za\ svaki\ \ a\ \in \mathbb{R}$$

$$9^2 = (-9)^2 = 81 \qquad 0.1^2 = (-0.1)^2 = 0.01 \qquad \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

- Dekadsku jedinicu kvadriramo tako da joj udvostručimo broj nula

$$10^2 = 100 \qquad 100^2 = 10\ 000 \qquad 1000^2 = 1\ 000\ 000$$

- Kvadrat decimalnog broja ima dvostruko više decimala od toga decimalnog broja

$$0.2^2 = 0.04 \qquad 0.03^2 = 0.0009 \qquad 0.005^2 = 0.00\ 0025 \qquad 0.11^2 = 0.0169$$

Kvadrat umnoška dvaju realnih brojeva jednak je **umnošku kvadrata** tih brojeva (i obratno, umnožak kvadrata dvaju realnih brojeva jednak je kvadratu umnoška tih brojeva).

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2 \quad i \quad a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2, \ \ a, b \in \mathbb{R}$$

$$(-3 \cdot 4)^2 = (-3)^2 \cdot 4^2 \ \ jer\ je\ (-3 \cdot 4)^2 = (-12)^2 = 144 \ \ i\ \ (-3)^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$$

$$200^2 = (2 \cdot 100)^2 = 2^2 \cdot 100^2 = 4 \cdot 10\ 000 = 40\ 000$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{6}\right)^2 = \left(-\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$$

Kvadrat količnika dvaju realnih brojeva jednak je **količniku kvadrata** tih brojeva (i obratno, količnik kvadrata dvaju realnih brojeva jednak je kvadratu količnika tih brojeva).

$$(a:b)^2 = a^2:b^2 \quad i \quad a^2:b^2 = (a:b)^2, \quad a,b \in \mathbb{R}, b \neq 0$$

$$(24:6)^2 = 24^2:6^2 \quad jer\ je \quad (24:6)^2 = 4^2 = 16 \quad i \quad 24^2:6^2 = 576:36 = 16$$

Razlomak kvadriramo tako da mu kvadriramo i brojnik i nazivnik.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}, \ a,b \in \mathbb{Z}.\ b \neq 0$$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{4^2}{9^2} = \frac{16}{81} \qquad \left(-\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{(-7)^2}{6^2} = \frac{49}{36}$$

KVADRAT ZBROJA I KVADRAT RAZLIKE. RAZLIKA KVADRATA

Zbroj brojeva a i b kvadriramo prema formuli koja se zove **kvadrat zbroja.**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

- Kvadrat zbroja jednak je: $prvi\ na\ kvadrat\ plus\ dvostruki\ prvi\ puta\ drugi\ plus\ drugi\ na\ kvadrat.$

$$(I + II)^2 = I^2 + 2 \cdot I \cdot II + II^2$$

$$(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

Razliku brojeva a i b kvadriramo prema formuli koja se zove **kvdrat razlike.**

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

(uoči da je formula slična kao ona za kvadrat zbroja, razlika je u predznaku srednjeg člana)

- Kvadrat razlike jednak je: $prvi\ na\ kvadrat\ minus\ dvostruki\ prvi\ puta\ drugi\ plus\ drugi\ na\ kvadrat.$

$$(I - II)^2 = I^2 - 2 \cdot I \cdot II + II^2$$

$$\left(\frac{1}{2}x - 5y\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x \cdot 5y + (5y)^2 = \frac{1}{4}x^2 - 5xy + 25y^2$$

Formule za kvadrat zbroja i kvadrat razlike često primjenjujemo u obliku:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2, \quad tj. \quad (I + II)^2 = I^2 + 2 \cdot I \cdot II + II^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2, \quad tj. \quad (I - II)^2 = I^2 - 2 \cdot I \cdot II + II^2$$

$$49a^2 + 28ab + 4b^2 = (7a+2b)^2 \qquad 9 - 24y + 16y^2 = (3-4y)^2$$

e-mail: danielamarcet@gmail.com

Razliku i zbroj dvaju brojeva množimo s pomoću formule:

$$(a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2$$

(umnožak zbroja i razlike dvaju brojeva jednak je razlici kvadrata tih brojeva)

- Čitamo: $prvi\ minus\ drugi\ puta\ prvi\ plus\ drugi\ jednako\ je\ prvi\ na\ kvadrat\ minus\ drugi\ na\ kvadrat$

$$(I-II)\cdot(I+II)=I^2-II^2$$

$$(3a-5b)\cdot(3a+5b)=9a^2-25b^2$$

Prethodnu formulu često primjenjujemo i u obliku **razlike kvadrata** :

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\ \ tj\ \ I^2-II^2=(I-II)\cdot(I+II)$$

$$36a^2-0.0225b^2=(6a-0.15b)\cdot(6a+0.15b)$$

POTENCIRANJE

Ako je a realni broj ($a\in\mathbb{R}$) i n prirodni broj ($n\in\mathbb{N}, n\neq 1$), tada umnožak od n jednakih faktora $a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a$ zapisujemo kraće u obliku a^n i nazivamo ga **potencijom s bazom a i eksponentom n**. 3

$$\underbrace{\boldsymbol{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}}_{\boldsymbol{n\ faktora}}=\boldsymbol{a^n}$$

Postupak kojim broju a pridružujemo njegovu potenciju, broj a^n, zovemo **potenciranje**.

- Potencija a^2 zove se **kvadrat** broja a (postupak se zove **kvadriranje**).

$$a\cdot a\cdot a\cdot a=a^4\qquad -5\cdot(-5)\cdot(-5)=(-5)^2\qquad 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=2^7$$

Ako se u umnošku kao faktor n puta ($n\in\mathbb{N}, n\neq 1$) pojavljuje broj 10, to kraće zapisujemo kao $10^{\,n}$ i nazivamo $\boldsymbol{n-ta\ potencija\ broja\ 10}$. (broj 10 je baza, a broj n eksponent te potencije).

$$\underbrace{\boldsymbol{10\cdot10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}}_{\boldsymbol{n\ faktora}}=\boldsymbol{10^n}$$

$$10\cdot10\cdot10\cdot10=10^4\qquad 10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10=10^7$$

Ako se u umnošku kao faktor faktor n puta $(n \in \mathbb{N}, n \neq 1)$ pojavljuje broj -10, to kraće zapisujemo kao $(-10)^{n}$ i nazivamo $\boldsymbol{n-ta\ potencija\ broja-10}$. (broj -10 je baza, a broj n eksponent te potencije).

$$\underbrace{\boldsymbol{(-10)\cdot(-10)\cdot(-10)\cdot\ldots\cdot(-10)}}_{\boldsymbol{n\ faktora}} = \boldsymbol{(-10)^n}$$

$$(-10)\cdot(-10)\cdot(-10)\cdot(-10) = (-10)^4 \qquad (-10)\cdot(-10)\cdot(-10)\cdot(-10)\cdot(-10) = (-10)^5$$

- Svaku potenciju realnog broja a možemo zapisati u obliku umnoška.

$$\boldsymbol{a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\ faktora}},\quad \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{n \neq 1}$$

$$3^4 = 3\cdot3\cdot3\cdot3 \qquad (-1.5)^5 = (-1.5)\cdot(1.5)\cdot(1.5)\cdot(1.5)\cdot(1.5)$$

Posebno je $a^1 = a$.

- Svaku potenciju broja 10 možemo zapisati u obliku umnoška

$$\boldsymbol{10^n = \underbrace{10\cdot10\cdot10\cdot\ldots\cdot10}_{n\ faktora}},\quad \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{n \neq 1}$$

Posebno je $10^1 = 10$.

- Svaku potenciju broja -10 možemo zapisati u obliku umnoška

$$\boldsymbol{(-10)^n = (-\underbrace{10)\cdot(-10)\cdot(-10)\cdot\ldots\cdot(-10)}_{n\ faktora}},\quad \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{n \neq 1}$$

Posebno je $(-10)^1 = -10$.

- Za negativan realan broj a i prirodni broj n vrijedi:

$$\boldsymbol{a^n > 0,\ \ n\ je\ paran} \qquad \boldsymbol{a^n < 0,\ \ n\ \ je\ neparan}$$

$$(-1)^4 = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1) = 1$$
$$(-1)^5 = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1) = -1$$

- Za pozitivan realan broj a i prirodni broj n vrijedi:

$$\boldsymbol{(-a)^n = a^n,\ \ n\ je\ paran} \qquad \boldsymbol{(-a)^n = -a^n,\ \ n\ \ je\ neparan}$$

$$(-1)^6 = 1^6 \qquad (-1)^3 = -1^3 \qquad (-2)^5 = -2^5 \qquad (-3)^4 = 3^4$$

- Ako je n paran broj, potencija $(-10)^n$ pozitivan je broj, a ako je n neparan broj, potencija $(-10)^n$ je negativan broj.

$$\boldsymbol{(-10)^n > 0,\ \ n} \in \mathbb{N},\ \ \boldsymbol{n\ je\ paran} \qquad \boldsymbol{(-10)^n < 0,\ \ n} \in \mathbb{N},\ \ \boldsymbol{n\ je\ neparan}$$

e-mail: danielamarcet@gmail.com

$$(-10)^2 = (-10) \cdot (-10) = 100 \qquad (-10)^3 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -1\,000$$

Vrijedi sljedeće:

$$\boldsymbol{(-10)^n = 10^n,\ n \in \mathbb{N},\ n\ je\ paran} \qquad \boldsymbol{(-10)^n = -10^n,\ n \in \mathbb{N},\ n\ je\ neparan}$$

$$(-10)^4 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$$

$$(-10)^3 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$$

POTENCIJE S NEGATIVNIM CJELOBROJNIM EKSPONENTOM

Potencija $\boldsymbol{a^{-n}}, \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ zove se **potencija s negativnim cjelobrojnim eksponentom.**

- Potenciju $\boldsymbol{a^{-n}}, \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$ računamo kao :

$$\boldsymbol{a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}}$$

- Vrijedi :

$$\boldsymbol{\frac{1}{a^n} = a^{-n}}$$

- Posebno je:

$$\boldsymbol{a^0 = 1}.$$

$$a^{-5} = \left(\frac{1}{a}\right)^5 = \frac{1}{a^{-5}} \qquad 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} \qquad \frac{1}{10^5} = 10^{-5} \qquad 123^0 = 1$$

Potencija broja 10 s negativnim cjelobrojnim eksponentom je potencija oblika

$$\boldsymbol{10^{-n}, n \in \mathbb{N}}.$$

- Potenciju $10^{-n}, n \in \mathbb{N}$, računamo kao

$$\boldsymbol{10^{-n} = \left(\frac{1}{10}\right)^n = \frac{1}{10^n}}$$

- Vrijedi:

$$\boldsymbol{\frac{1}{10^n} = 10^{-n}}.$$

- Posebno: $\boldsymbol{10^0 = 1}$.

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1 \qquad 10^{-2} = \frac{1}{100} = 0.01 \qquad 10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$\frac{1}{10\,000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4} \qquad 0.1^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = 10^3$$

RAČUNANJE S POTENCIJAMA

Ako potenciju pomnožimo realnim brojem k, onda se taj broj k zove **koeficijent potencije.**

$$k \cdot a^n, \quad k\ je\ koeficijent\ \ potencije$$

Potencije jednakih baza i jednakih eksponenata zbrajamo (oduzimamo) tako da tu potenciju pomnožimo sa zbrojem (razlikom) koeficijenata tih potencija.

$$3a^2 + 5a^2 = (3+5) \cdot a^2 = 8a^2 \qquad 7a^2 - 5a^2 = (7-5) \cdot a^2 = 2a^2$$

$$7 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^5 = (7+4) \cdot 10^5 = 11 \cdot 10^5 \qquad 8 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^{-2} = (8-5) \cdot 10^{-2} = 3 \cdot 10^{-2}$$

Potencije jednakih baza množimo tako da tu bazu zadržimo i potenciramo je eksponentom koji je jednak zbroju eksponenata potencija koje množimo. („bazu prepišemo, eksponente zbrojimo")

$$\boldsymbol{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}, \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}, \ \ \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}$$

$$a^3 \cdot a^7 = a^{3+7} = a^{10} \qquad a^5 \cdot a^{-9} = a^{5+(-9)} = a^{-4} \qquad 5^6 \cdot 5^3 = 5^{6+3} = 5^9$$

- Posebno, za potencije s bazom 10 vrijedi:

$$\boldsymbol{10^n \cdot 10^m = 10^{n+m}}, \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}$$

$$10^3 \cdot 10^8 = 10^{3+8} = 10^{11} \qquad 10^{-5} \cdot 10^8 = 10^{-5+8} = 10^3$$

$$10^2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^7 = 10^{2+(-5)+7} = 10^4$$

- Posebno, za potencije s bazom -10 vrijedi:

$$\boldsymbol{(-10)^n \cdot (-10)^m = (-10)^{n+m}}, \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}$$

$$(-10)^2 \cdot (-10)^5 = (-10)^{2+5} = (-10)^5 \qquad (-10)^{2a} \cdot (-10)^{8a} = (-10)^{2a+8a} = (-10)^{10a}$$

$$(-10)^2 \cdot (-10)^{-5} \cdot (-10)^7 = (-10)^{2+(-5)+7} = (-10)^4$$

e-mail: danielamarcet@gmail.com

Potencije jednakih baza dijelimo tako da bazu zadržimo i potenciramo je eksponentom koji je jednak razlici eksponenata potencija koje dijelimo. („bazu prepišemo, eksponente oduzmemo“)

$$\boldsymbol{a^n : a^m = a^{n-m}}, \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}, \ \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}, \ \boldsymbol{a \neq 0}$$

Ako se sjetimo da dijeljenje možemo prikazati i u obliku razlomka vrijedi i oblik:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^n : a^m = a^{n-m} \ \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}, \ \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}, \ \boldsymbol{a \neq 0}$$

$$a^{13} : a^7 = a^{13-7} = a^6 \qquad a^7 : a^{-5} = a^{7-(-5)} = a^{7+5} = a^{12} \qquad 7^3 : 7^8 = 7^{3-8} = 7^{-5}$$

- Posebno, za potencije s bazom 10 vrijedi:

$$\boldsymbol{10^n : 10^m = 10^{n-m}}, \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}$$

$$10^9 : 10^5 = 10^{9-5} = 10^4 \qquad 10^{-5} : 10^8 = 10^{-5-8} = 10^{-13}$$

$$10^2 : 10^{-5} : 10^7 = 10^{2-(-5)-7} = 10^{2+5-7} = 10^0 = 1$$

$$\frac{10^5}{10^2} = 10^5 : 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$$

- Posebno, za potencije s bazom -10 vrijedi:

$$\boldsymbol{(-10)^n : (-10)^m = (-10)^{n-m}}, \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}$$

$$(-10)^{12} : (-10)^7 = (-10)^{12-7} = (-10)^5 \qquad (-10)^2 : (-10)^4 = (-10)^{2-4} = (-10)^{-2}$$

$$(-10)^8 : (-10)^{-3} : (-10)^7 = (-10)^{8-(-3)-7} = (-10)^{8+3-7} = a^4$$

Potenciju potenciramo tako da bazu zadržimo i potenciramo je umnoškom eksponenata.

$$\boldsymbol{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}, \ \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}, \ \boldsymbol{a} \in \mathbb{R}.$$

$$(a^2)^5 = a^{2 \cdot 5} = a^{10} \qquad (a^{-3})^7 = a^{-3 \cdot 7} = a^{-21}$$

- Posebno, za potencje s bazom 10 vrijedi:

$$\boldsymbol{(10^n)^m = 10^{n \cdot m}}, \ \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}$$

$$(10^3)^4 = 10^{3 \cdot 4} = 10^{12} \qquad (10^{-2})^4 = 10^{-2 \cdot 4} = 10^{-8}$$

- Posebno, za potencje s bazom -10 vrijedi:

$$\boldsymbol{[(-10)^n]^m = (-10)^{n \cdot m}}, \ \boldsymbol{n, m} \in \mathbb{Z}$$

$$[(-10)^2]^4 = (-10)^{2 \cdot 4} = (-10)^8 \qquad [(-10)^{-3}]^5 = (-10)^{-3 \cdot 5} = 10^{-8}$$

KORJENOVANJE

Drugi korijen, kvadratni korijen (ili samo korijen)iz pozitivnog racionalnog broja a je pozitivni broj čiji je kvadrat jednak tom broju a. Označavamo ga s $\sqrt{\boldsymbol{a}}$.

- U oznaci $\sqrt{a}$ znakom $\sqrt{\ }$ označavamo **korijen**, a broj a ispod korijena zove se **radikand ili potkorijenska veličina.**
- Vrijedi: $\sqrt{\boldsymbol{a}} > \mathbf{0} \quad \boldsymbol{i} \quad (\sqrt{\boldsymbol{a}})^{\mathbf{2}} = \boldsymbol{a}, \quad \boldsymbol{a} \in \mathbb{Q}, \ \boldsymbol{a} > \mathbf{0}.$

$$\sqrt{16} = 4 \quad jer\ je\ 4^2 = 16\ \ i\ 4 > 0 \qquad \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \quad jer\ je\ \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}\ \ i\ \frac{3}{5} > 0$$

$$\left(\sqrt{9}\right)^2 = 9 \qquad \left(\sqrt{17}\right)^2 = 17 \qquad \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

- Drugi korijen iz nule jednak je nuli. Pišemo: $\sqrt{\mathbf{0}} = \mathbf{0}.$
- Vrijedi: $(\sqrt{\mathbf{0}})^{\mathbf{2}} = \mathbf{0}.$
- Suprotan broj broja $\sqrt{a}$ je $-\sqrt{a}$.
- Za svaki racionalni broj $a \geq 0$ vrijedi:

$$\sqrt{\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}} = \boldsymbol{a}$$

- Općenito, za svaki racionalni broj a vrijedi:

$$\sqrt{\boldsymbol{a}^{\mathbf{2}}} = |\boldsymbol{a}|.$$

$$\sqrt{3^2} = 3 \qquad \sqrt{15^2} = 15 \qquad \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{4^2} = 4 \qquad \sqrt{(-1.2)^2} = \sqrt{1.2^2} = 1.2$$

- Korijen iz dekadske jedinice s parnim brojem nula je dekadska jedinica koja ima dva puta manje nula od dekadske jedninice koju korjenujemo.

$$\sqrt{100} = 10 \qquad \sqrt{10\ 000} = 100 \qquad \sqrt{1\ 000\ 000} = 1\ 000$$

- Korijen iz decimalnog broja (koji se može korjenovati, tj. koji je kvadrat nekog racionalnog broja) je decimalni broj s dva puta manje decimalnih mjesta od decimalnog broja koji korjenujemo.

$$\sqrt{1.21} = 1.1 \qquad \sqrt{0.0025} = 0.05 \qquad \sqrt{0.000169} = 0.013$$

e-mail: danielamarcet@gmail.com

RAČUNANJE S KORIJENIMA

Ako korijen pomnožimo racionalnim brojem k, onda se taj broj k zove **koeficijent korijena**.

$$\boldsymbol{k \cdot \sqrt{a}}, \quad k \text{ je koeficijent korijena}$$

Korijene jednakih radikanada zbrajamo (oduzimamo) tako da taj korijen pomnožimo sa zbrojem (razlikom) koeficijenata uz korijene koje zbrajamo (oduzimamo).

$$7\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(7+5)\cdot\sqrt{3}=12\sqrt{3} \qquad 4\sqrt{a}-9\sqrt{a}=(4-9)\cdot\sqrt{a}=-5\sqrt{a}$$

Korijene množimo tako da im ispod zajedničkog korijena pomnožimo radikande (umnožak korijena jedank je korijenu umnoška).

$$\boldsymbol{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}, \quad a,b \in \mathbb{Q}, a,b \geq 0}$$

$$\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{3\cdot 5}=\sqrt{15} \qquad \sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 8}=\sqrt{16}=4 \qquad \sqrt{\frac{5}{12}}\cdot\sqrt{15}=\sqrt{\frac{5}{12}\cdot 15}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

Umnožak dvaju brojeva korjenujemo tako da korjenujemo svaki faktor posebno, a potom dobivene brojeve pomnožimo (korijen umnoška jednak je umnošku korijena)

$$\boldsymbol{\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}, \quad a,b \in \mathbb{Q}, a,b \geq 0}$$

$$\sqrt{49\cdot 144}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{144}=7\cdot 12=84 \qquad \sqrt{\frac{36}{49}\cdot\frac{121}{169}}=\sqrt{\frac{36}{49}}\cdot\sqrt{\frac{121}{169}}=\frac{6}{7}\cdot\frac{11}{13}=\frac{66}{91}$$

Ako korjenujemo broj koji nije kvadrat nijednog racionalnog broja, ali se može zapisati u obliku umnoška dvaju brojeva od kojih je jedan potpuni kvadrat nekog racionalnog broja, tada taj potpuni kvadrat korjenujemo, a drugi faktor ostavaljmo pod korijenom. Kažemo da smo izvršili **djelomično korjenovanje**.

$$\sqrt{32}=\sqrt{16\cdot 2}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}=4\sqrt{2} \qquad \sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

Razlomak korjenujemo tako da korjenujemo posebno brojnik, posebno nazivnik tog razlomka.

$$\boldsymbol{\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad a,b \in \mathbb{Q}, a \geq 0, b > 0}$$

e-mail: danielamarcet@gmail.com

$$\sqrt{\frac{49}{169}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{169}}=\frac{7}{13} \qquad \sqrt{2\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}=\frac{3}{2}$$

Količnik dvaju brojeva korjenujemo tako da korjenujemo posebno djeljenik, a posebno djelitelj te potom dobivene brojeve podijelimo (korijen količnika jednak je količniku korijena).

$$\sqrt{\boldsymbol{a}:\boldsymbol{b}}=\sqrt{\boldsymbol{a}}:\sqrt{\boldsymbol{b}},\ \ \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\in\mathbb{Q},\boldsymbol{a}\geq \mathbf{0},\boldsymbol{b}>\mathbf{0}$$

$$\sqrt{625:25}=\sqrt{625}:\sqrt{25}=25:5=5 \qquad \sqrt{0.0016:0.04}=\sqrt{0.0016}:\sqrt{0.04}=0.04:0.2=0.2$$

Racionalizacija nazivnika je postupak kojim razlomak s korijenom (ili korijenima) u nazivniku zapisujemo u obliku razlomka u čijem nazivniku nema korijena.

- Ako je u nazivniku samo jedan član:

$$\frac{b}{\sqrt{a}}=\frac{b}{\sqrt{a}}\cdot\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\frac{b\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}\right)^2}=\frac{b\sqrt{a}}{a}$$

- Ako su u nazivniku dva člana: (koristimo razliku kvadrata)

$$\frac{b}{\sqrt{a}-\sqrt{c}}=\frac{b}{\sqrt{a}-\sqrt{c}}\cdot\frac{\sqrt{a}+\sqrt{c}}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}=\frac{b\left(\sqrt{a}+\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{c}\right)^2}=\frac{b\left(\sqrt{a}+\sqrt{c}\right)}{a-c}$$

$$\frac{b}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}=\frac{b}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}\cdot\frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{\sqrt{a}-\sqrt{c}}=\frac{b\left(\sqrt{a}-\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{c}\right)^2}=\frac{b\left(\sqrt{a}-\sqrt{c}\right)}{a-c}$$

$$\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5} \qquad \frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{15}}\cdot\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{45}}{6\cdot 15}=\frac{3\sqrt{5}}{90}=\frac{\sqrt{5}}{30}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{2}{3\sqrt{7}-5\sqrt{3}}=\frac{2}{3\sqrt{7}-5\sqrt{3}}\cdot\frac{3\sqrt{7}+5\sqrt{3}}{3\sqrt{7}+5\sqrt{3}}=\frac{2\cdot\left(3\sqrt{7}+5\sqrt{3}\right)}{\left(3\sqrt{7}\right)^2-\left(5\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2\cdot\left(3\sqrt{7}+5\sqrt{3}\right)}{9\cdot 7-25\cdot 3}=$$

$$=\frac{2\cdot\left(3\sqrt{7}+5\sqrt{3}\right)}{-12}=-\frac{3\sqrt{7}+5\sqrt{3}}{6}$$

e-mail: danielamarcet@gmail.com