

LINEARNE JEDNADŽBE S JEDNOM NEPOZNANICOM

Linearna jednadžba s jednom nepoznanicom je jednadžba koja se može svesti na oblik $ax + b = 0$, gdje su a i b zadani realni brojevi i $a \neq 0$.



Npr. linearne jednadžbe su:

$$2x + 6 = 0, \quad \frac{1}{3}x - 8 = 4x + 5, \quad 9 - 4(x + 1) = 3$$

Nepoznanica u jednadžbi oblika $ax + b = 0$ je broj x .

Riješiti linearnu jednadžbu s nepoznanicom x znači pronaći broj koji uvršten umjesto nepoznanice x u tu jednadžbu dovodi do istinite brojčane jednakosti. Taj broj x_0 zove se **rješenje linearne jednadžbe**.

Za broj koji je rješenje linearne jednadžbe kažemo da **zadovoljava** tu jednadžbu.

Rješenje linearne jednadžbe $2x + 6 = 0$ je broj $x = -3$ jer vrijedi:

$$2 \cdot (-3) + 6 = 0 \quad \text{tj.} \quad -6 + 6 = 0 \quad \text{tj.} \quad 0 = 0 \text{ (istinita brojčana jednakost)}$$

Rješenje linearne jednadžbe $ax + b = 0$ je broj

$$x = -\frac{b}{a}, \quad a, b \in \mathbb{Z}, \quad a \neq 0.$$

Za dvije linearne jednadžbe koje imaju isto rješenje kažemo da su **ekvivalentne**.

Ekvivalentne linearne jednadžbe su npr. $x - 3 = 4$ i $3x = 21$ jer obje jednadžbe za rješenje imaju broj 7.

$$7 - 3 = 4 \quad \text{i} \quad 3 \cdot 7 = 21 \quad \text{(obje su istinite brojčane jednakosti)}$$

RJEŠAVANJE LINEARNE JEDNADŽBE

Pri rješavanju linearnih jednadžbi s jednom nepoznanicom primjenjujemo sljedeća svojstva racionalnih brojeva.



- ako je $a = b$, onda je $a + c = b + c$ i $a - c = b - c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$
(jednakost se neće promijeniti ako lijevoj i desnoj strani dodamo ili oduzmemo isti broj)
- ako je $a = b$, onda je $a \cdot c = b \cdot c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$
(jednakost se neće promijeniti ako obje strane jednakosti pomnožimo istim brojem)
- ako je $a = b$, onda je $a : c = b : c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $c \neq 0$
(jednakost se neće promijeniti ako obje strane jednakosti podijelimo istim brojem)
- $c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b$ i $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$

MATEMATIKA 6

LINEARNE JEDNADŽBE S JEDNOM NEPOZNANICOM – SAŽETAK ZA PONAVLJANJE

$$\bullet \quad c \cdot (a - b) = c \cdot a - c \cdot b \quad i \quad (a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c, \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

$$\bullet \quad a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c \quad i \quad a \cdot c - b \cdot c = c \cdot (a - b), \quad a, b, c \in \mathbb{Z}$$

Linearnu jednačinu oblika $ax + b = 0$ rješavamo u dva koraka:

1. od lijeve i desne strane jednačine oduzemo broj b i dobivamo $ax = -b$,
2. obje strane dobivene jednačine $ax = -b$ podijelimo brojem a (brojem uz nepoznanicu) i dobivamo

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Riješimo jednačinu $3x + 6 = 0$.

$3x + 6 - 6 = 0 - 6$ (od obje strane jednačine oduzeli smo broj 6)

$3x = -6 \quad /: 3$ (obje strane jednačine podijelimo brojem 3)

$x = -2$ (dobili smo rješenje jednačine)

PROVJERA: $3 \cdot (-2) + 6 = 0$ tj. $0 = 0$



Linearne jednačine najčešće rješavamo primjenjujući sljedeća pravila.

- Ako članove jednačine *prebacujemo* s jedne strane znaka jednakosti na drugu stranu znaka jednakosti, mijenjamo im predznak.
- Ako obje strane jednačine pomnožimo ili podijelimo istim brojem (različitim od 0), dobivamo jednačinu ekvivalentnu polaznoj jednačini.

Riješimo ponovno jednačinu $3x + 6 = 0$.

$3x + 6 = 0$ (prebacimo broj 6 s lijeve na desnu stranu znaka jednakosti)

($\rightarrow$ mijenjam stranu, mijenjam predznak)

$3x = -6 \quad /: 3$ (podijelimo jednačinu brojem uz nepoznanicu $\rightarrow$ brojem 3)

$x = -2$ (dobili smo rješenje, provjeru izvršimo na već opisan način)



2



Pri svođenju linearnih jednačina na oblik $ax + b = 0$ poštujemo sljedeće korake.

- Najprije se oslobodimo zagrada ako ih ima u jednačini (prema postojećim pravilima).
- Ako u jednačini postoje razlomci, pomnožimo sve članove te jednačine s najmanjim zajedničkim nazivnikom svih nazivnika koji se pojavljuju u toj jednačini.
- Sve nepoznanice zapišemo na jednoj strani jednačine (obično na lijevoj strani), a sve poznate članove zapišemo na drugoj strani jednačine (obično na desnoj strani). Pazimo na promjenu predznaka članovima jednačine koji *mijenjaju stranu*.
- Na svakoj strani jednačine izvršimo potrebna zbrajanja, tj. oduzimanja članova.



MATEMATIKA 6

LINEARNE JEDNADŽBE S JEDNOM NEPOZNANICOM – SAŽETAK ZA PONAVLJANJE

- Podijelimo jednadžbu s koeficijentom uz nepoznanicu.
- Provjerimo ispravnost tako dobivenog rješenja jednadžbe.

Riješimo jednadžbu



$$5 \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right) - 4 \cdot \left(3x - \frac{1}{2}\right) = 3.$$

Rješenje:

$$5 \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right) - 3 \cdot \left(3x - \frac{1}{2}\right) + 2 \frac{1}{6} = 3 \quad (\text{riješimo se zagrada})$$

$$5x + \frac{10}{3} - 9x + \frac{3}{2} + \frac{13}{6} = 3 \quad / \cdot 6 \quad (\text{pomnožimo jednadžbu sa 6})$$

$$30x + 20 - 54x + 9 + 13 = 18 \quad (\text{na lijevu stranu jednadžbe smjestimo nepoznanice, a na desnu poznate članove})$$

$$30x - 54x = 18 - 20 - 9 - 13 \quad (\text{uredimo lijevu i desnu stranu jednadžbe})$$

$$-24x = -24 \quad (\text{podijelimo jednadžbu s -24})$$

$$x = 1$$

Načinimo provjeru rješenja:

$$5 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) - 3 \cdot \left(3 \cdot 1 - \frac{1}{2}\right) + 2 \frac{1}{6} = 3$$

$$5 \cdot \frac{3+2}{3} - 3 \cdot \frac{6-1}{2} + \frac{13}{6} = 3$$

$$5 \cdot \frac{5}{3} - 3 \cdot \frac{5}{2} + \frac{13}{6} = 3$$

$$\frac{25}{3} - \frac{15}{2} + \frac{13}{6} = 3$$

$$\frac{50 - 45 + 13}{6} = 3$$

$$\frac{18}{6} = 3 \rightarrow 3 = 3$$

3

PRIMJENA LINEARNIH JEDNADŽBI

Mnogi se zadaci i problemi iz svakidašnjeg života rješavaju tako da se zapišu u obliku linearne jednadžbe s jednom nepoznanicom i potom riješe prema pravilima za rješavanje tih jednadžbi.

Koraci prilikom tog rješavanja su sljedeći.

- **Čitanje zadatka s razumijevanjem**
- **Prepoznavanje nepoznanice, tj. ispravan odabir nepoznanice** (uputa: pogledaj upitnu rečenicu u zadatku)
- **Postavljanje linearne jednadžbe iz danih uvjeta** (čitamo ponovno zadatak i paralelno „hrvatski“ zapisujemo matematičkim jezikom)
- **Provodimo postupak rješavanja te jednadžbe**
- **Provjera ispravnosti dobiveneog rješenja** (provjeravamo da dobiveno rješenje zadovoljava uvjete zadatka)
- **Ispisivanje odgovora riječima**



PREVOĐENJE S HRVATSKOG NA MATEMATIČKI JEZIK

Pri prevođenju rečenica u matematičke izraze važno je uočiti riječ koja određuje računsku operaciju. Evo najčešćih primjera:

riječ	računska operacija / simbol
dodaj, uvećaj za	zbrajanje (+)
oduzmi, umanji za	oduzimanje (-)
pomnoži s, uvećaj nekoliko puta, n-kratnik	množenje (·)
podijeli s, umanji nekoliko puta	dijeljenje (÷)
dobivamo, iznosi, je, jednako, daje, postaje	znak „=“

IMAJ NA UMU!

- U matematičkim izrazima nepoznate brojeve označavamo slovima, primjerice x, y, z .
- Umnožak broja i nepoznanice često pišemo bez znaka množenja.

npr. umjesto $5 \cdot x$ pišemo $5x$

- $x = 1x$

PRIJEVODI

Primjer 1.

Napiši matematički izraz za zadane rečenice.

a) Nekom broju x dodaj 2.

g) Broj 8 povećamo y puta.

b) Od broja y oduzmi 4.

h) Broj 10 podijelimo s a .

c) Umnožak broja 3 i nekog broja z .

i) 5 puta više od nekog broja.

d) 15 podijeljen s nekim brojem n daje broj m .

j) Neki broj umanjen za 5.

e) Neki broj x oduzmemo od 11.

k) 5 puta manje od nekog broja.

f) Broj z povećamo za 12.

l) Neki broj uvećan za 5.

Rješenje:

rečenica	matematički izraz
Nekom broju x dodaj 2.	$x + 2$
Od broja y oduzmi 4.	$y - 4$
Umnožak broja 3 i nekog broja z .	$3 \cdot z$
15 podijeljen s nekim brojem n daje broj m .	$15 : n = m$
Neki broj x oduzmemo od 11.	$11 - x$
Broj z povećamo za 12.	$z + 12$
Broj 8 povećamo y puta.	$8 \cdot y$ ili $8y$
Broj 10 podijelimo s a .	$10 : a$ ili $\frac{10}{a}$
5 puta više od nekog broja.	$x \cdot 5$ ili $5x$
Neki broj umanjen za 5.	$x - 5$
5 puta manje od nekog broja.	$x : 5$ ili $\frac{x}{5}$
Neki broj uvećan za 5.	$x + 5$



MATEMATIKA 6
LINEARNE JEDNADŽBE S JEDNOM NEPOZNANICOM – SAŽETAK ZA PONAVLJANJE

Primjer 2.

Napiši jednadžbu za zadane rečenice.



- | | |
|--|--|
| a) Zbroj nekog broja i broja 2 je 9. | f) Broj m povećan za 12 je 25. |
| b) Neki broj podijeljen s 12 daje 3. | g) Dvokratnik nekog broja je 150. |
| c) Ako broj 7 umanjimo za neki broj, dobit ćemo 5. | h) Neki broj umanjen za 4 daje 40. |
| d) Peterokratnik nekog broja je 30. | i) 4 puta više od nekog broja jednako je 40. |
| e) Ako neki broj oduzmemo od 2 dobit ćemo 7. | j) Neki broj uvećan za 5 daje 17. |

Rješenje:

rečenica	jednadžba
a) Zbroj nekog broja i broja 2 je 9.	$x + 2 = 9$
b) Neki broj podijeljen s 12 daje 3.	$x : 12 = 3$
c) Ako broj 7 umanjimo za neki broj, dobit ćemo 5.	$7 - x = 5$
d) Peterokratnik nekog broja je 30.	$5x = 30$
e) Ako neki broj oduzmemo od 2 dobit ćemo 7.	$2 - x = 7$
f) Broj m povećan za 12 je 25.	$m + 12 = 25$
g) Dvokratnik nekog broja je 150.	$2x = 150$
h) Neki broj umanjen za 4 daje 40.	$x - 4 = 40$
i) 4 puta više od nekog broja jednako je 40.	$4 \cdot x = 40$
j) Neki broj uvećan za 5 daje 17.	$x + 5 = 17$

6

Primjer 3. SLOŽENIJI PRIJEVODI

Napiši jednadžbu za zadane rečenice



- a) Ako broj 100 umanjimo za trokratnik broja c , dobiti ćemo 70.
- b) Uvećamo li broj 40 za neki broj x , dobiti ćemo peterokratnik tog broja
- c) Pribrojiš li sedmerokratniku nekog broja broj 35, dobiti ćeš 15.
- d) Pomnožiš li neki broj brojem -5, dobiti ćeš isti rezultat kao da si tom broju pribrojio 35.



MATEMATIKA 6
LINEARNE JEDNADŽBE S JEDNOM NEPOZNANICOM – SAŽETAK ZA PONAVLJANJE

Rješenje:

rečenica	jednadžba
Ako broj 100 umanjimo za trokratnik broja c , dobiti ćemo 70.	$100 - 3c = 70$
Uvećamo li broj 40 za neki broj x , dobiti ćemo peterokratnik tog broja	$40 + x = 5x$
Pribrojiš li sedmerokratniku nekog broja broj 35, dobiti ćeš 15.	$7x + 35 = 15$
Pomnožiš li neki broj brojem -5, dobiti ćeš isti rezultat kao da si tom broju pribrojio 35.	$x \cdot (-5) = x + 35$

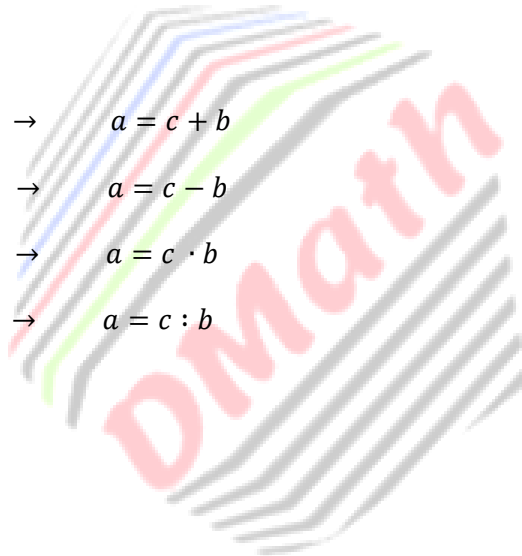
ZAPAMTI!

a je **za** b **veći** od c → $a = c + b$

a je **za** b **manji** od c → $a = c - b$

a je b **puta** **veći** od c → $a = c \cdot b$

a je b **puta** **manji** od c → $a = c : b$



7

Primjer 4.

U kutiji se nalazi ukupno 50 loptica (crvene, plave i zelene). Broj crvenih loptica je za 5 veći od broja plavih loptica, a broj zelenih loptica je pet puta veći od polovine broja plavih loptica. Koliko je u toj kutiji pojedinih vrsta loptica?

Rješenje:

1. Odabir nepoznanice:

Uočimo da je broj zelenih, kao i broj crvenih loptica dan u odnosu na broj plavih, stoga nepoznanicu x definiramo kao

broj plavih loptica = x

broj crvenih loptica = $x + 5$

broj zelenih loptica = $5 \cdot \frac{1}{2}x = \frac{5}{2}x$



2. postavljamo jednadžbu

$$x + (x + 5) + \left(\frac{5}{2}x\right) = 50$$

3. rješavamo jednadžbu

$$x + x + 5 + \frac{5}{2}x = 50 \quad / \cdot 2$$

$$2x + 2x + 10 + 5x = 100$$

$$2x + 2x + 5x = 100 - 10$$

$$9x = 90 \quad / : 9$$

$$x = 10$$

Broj plavih loptica je 10.

Da bi dobili broj crvenih i zelenih dobivenu vrijednost za x uvrstimo u izraze vezane za pojedinu boju.

Broj crvenih loptica je $x + 5 = 10 + 5 = 15$

Broj zelenih loptica je $\frac{5}{2}x = \frac{5}{2} \cdot 10 = 25$

4. odgovor na pitanje

U kutiji se nalazi 10 plavih, 15 crvenih i 25 zelenih loptica.

5. provjera

$$10 + (10 + 5) + \left(\frac{5}{2} \cdot 10\right) = 50 \quad \Rightarrow \quad 10 + 15 + 25 = 50 \quad \Rightarrow \quad 50 = 50$$